ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 3 AVRIL 1923.

PRÉSIDENCE DE M. GUILLAUME BIGOURDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à Sir **George Greenhill**, Correspondant pour la Section de Mécanique, qui assiste à la séance.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Deux théorèmes élémentaires sur les singularités des fonctions harmoniques.* Note de M. **Émile Picard.**

L'intéressante Note de M. Noaillon, publiée dans le dernier numéro des *Comptes rendus*, me remet en mémoire la démonstration de deux théorèmes élémentaires sur les fonctions harmoniques, que j'ai donnée dans mon cours.

1. Considérons une fonction harmonique de deux variables $u(x, y)$ uniforme et continue dans un domaine, sauf peut-être en un point A, dans le voisinage duquel on sait seulement que sa valeur absolue est inférieure à un nombre fixe. Ne peut-on pas considérer que la fonction est harmonique dans tout le domaine sans exception? La réponse est affirmative, et on peut l'établir comme il suit.

On étudie d'abord bien aisément la même question pour une fonction analytique $f(z)$, holomorphe dans une certaine région, sauf peut-être en un point A dans le voisinage duquel on sait seulement que son module est borné. Il n'y a ici aucune difficulté, car on peut utiliser la formule classique de Cauchy

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{f(z)}{z - x}\, dz,$$

l'intégration étant étendue à la courbe C qui limite le domaine et à une

courbe infiniment petite entourant le point A. Cette dernière intégrale est nulle, et l'on en conclut que $f(x)$ est holomorphe dans tout le domaine sans exception.

Revenons alors à la fonction $u(x, y)$. Associons-lui la fonction $v(x, y)$ telle que $u + iv$ soit une fonction analytique de $x + iy$. On a

$$v(x, y) = \int_{(x_0, y_0)}^{(x, y)} -\frac{\partial u}{\partial y} dx + \frac{\partial u}{\partial x} dy.$$

La fonction $v(x, y)$ pourrait *a priori* n'être pas uniforme. Soit k sa période, correspondant à une circulation autour du point A; nous ne savons pas d'ailleurs si elle reste bornée dans le voisinage de ce point. Formons la fonction analytique uniforme

$$f(z) = e^{\frac{2\pi}{k}(u+iv)} \qquad (z = x + iy).$$

Son module est borné autour de A. Elle est donc régulière en ce point, d'après la remarque précédente, et il est évident qu'elle ne s'y annule pas. Il en résulte que $\log f(z)$ est holomorphe en A et, par suite, sa partie réelle $\frac{2\pi u}{k}$ est régulière en ce point, mais il en serait de même de $\frac{2\pi v}{k}$, et il y a, par suite, une contradiction avec l'hypothèse de la périodicité. Il en résulte que v est uniforme et l'on raisonnera comme ci-dessus sur la fonction

$$f(z) = e^{u+iv},$$

d'où se tire le théorème énoncé.

2. Envisageons maintenant le cas où *la fonction $u(x, y)$ deviendrait égale à $+\infty$ en* A; nous entendons par là que, étant donné un nombre positif M aussi grand qu'on veut, on peut tracer un cercle ayant A pour centre, pour tous les points duquel u est supérieure à M.

Nous suivrons, pour la démonstration, une marche analogue à celle du paragraphe précédent; on forme encore la fonction analytique $u + iv$.

Admettons que v ait une période k, correspondant à une circulation autour de A; on peut supposer que k est positif. Soit alors la fonction

$$f(z) = e^{-\frac{2\pi}{k}(u+iv)};$$

elle est bornée autour de A, et est, par suite, régulière en ce point où elle s'annule. Soit donc

$$f(z) = (z - a)^\alpha \varphi(z),$$

a étant l'affixe de A et $\varphi(z)$ ne s'annulant pas pour $z = a$.

On déduit de suite de là que, *dans le voisinage de* A, *on a*

$$u = h \log \frac{1}{r} + U \qquad (\text{U régulier en A}),$$

h étant une constante positive, et r désignant la distance du point (x, y) *à* A. Telle est la forme nécessaire d'une fonction harmonique devenant égale à $+\infty$ en A, que nous nous proposions d'obtenir.

Nous avons supposé que la fonction v avait une période k différente de zéro. Il en est nécessairement ainsi; car, dans l'hypothèse contraire, on poserait

$$f(z) = e^{-(u+iv)},$$

d'où se déduit encore

$$e^{-(u+iv)} = (z - a)^{\alpha} \varphi(z).$$

Mais on arrive à une contradiction, puisqu'il résulte de l'identité précédente que v a une période.

Les mêmes questions se posent pour une fonction harmonique de trois variables, $\log \frac{1}{r}$ étant remplacé par $\frac{1}{r}$, mais une autre méthode doit alors être employée.

HYDRAULIQUE. — *Sur le rendement des turbines à réaction munies de tubes d'aspiration.* Note ([1]) de M. DE SPARRE.

J'ai, dans trois Communications des 7 mars, 20 juin et 28 novembre 1921 ([2]), donné les conditions de rendement maximum des turbines à réaction. Ces conditions sont, toutefois, assez sensiblement modifiées lorsque la turbine est munie d'un tube d'aspiration.

Supposons d'abord que le tube d'aspiration n'ait pas de cloisons, on tient alors complètement compte de son influence, quelles que soient les conditions de fonctionnement de la turbine, et le problème que l'on a en vue, en remplaçant dans toutes les formules des trois Notes précitées ([3]) b par $b - \nu$, où

$$\nu = \left(1 - \frac{s'^2}{s''^2}\right) \sin^2 \beta_1,$$

s' et s'' étant les sections du tube d'aspiration à son entrée et à sa sortie.

([1]) Séance du 26 mars 1923.

([2]) *Comptes rendus*, 1921, t. 172, p. 561 et 1561, et t. 173, p. 1045.

([3]) Je conserve toutes les notations de mes Communications indiquées.

Supposons par exemple un tube d'aspiration ayant $1^m,83$ de diamètre à l'entrée et $2^m,75$ à la sortie ([1]), ce qui donne $\nu = 0,094$, et considérons la turbine donnée en exemple dans ma Communication du 7 mars 1921, pour laquelle la vitesse relative $\xi = 1$. Dans le cas du travail à pleine charge, le rendement maximum serait, avec le tube d'aspiration indiqué, égal à 0,865. J'avais trouvé pour ce maximum, dans les mêmes conditions, sans tube d'aspiration, 0,8159. On gagnerait donc près de 5 pour 100 par l'emploi du tube d'aspiration dont il s'agit.

Pour les turbines rapides on arrive, surtout dans le cas du travail sous charge réduite, à un résultat encore plus satisfaisant en munissant le tube d'aspiration de cloisons qui font, au début, un certain angle avec le plan de la section droite du tube et s'infléchissent progressivement de façon à éviter les pertes de charge jusqu'à devenir parallèles à son axe.

Soit β'_1 l'angle initial de la cloison et γ' celui de la vitesse absolue v'_1 de l'eau à la sortie de la turbine avec la section droite du tube d'aspiration. La vitesse de l'eau n'étant pas à l'origine tangente à la cloison, il en résulte, à l'entrée dans le tube, une zone de tourbillonnement qui produit une perte de charge. Après cette zone de tourbillonnement la vitesse de l'eau devient v' et est tangente à la cloison. J'admets qu'on peut considérer cette vitesse v' comme tangente au premier élément de la cloison et comme faisant par suite l'angle β'_1 avec la section droite du tube.

L'équation de continuité nous donne alors

$$(1) \qquad v' \sin\beta'_1 = v'_1 \sin\gamma' = w'_1 \sin\beta_1\,(^2) = v''_1 \frac{s''}{s'},$$

v''_1 étant la vitesse de l'eau à la sortie du tube d'aspiration, vitesse qui, par suite des cloisons, est en ce point parallèle à l'axe du tube.

Si l'on admet alors que la force vive perdue est égale à la force vive due aux vitesses variées, on aura pour la perte de charge ζ

$$(2) \qquad 2g\zeta = (v' \cos\beta'_1 - v'_1 \cos\gamma)^2.$$

Appliquons alors le théorème de Bernoulli au mouvement de l'eau dans le tube. En désignant par p_0 la pression atmosphérique, par p_1 la pression à la sortie de la turbine et par h' la hauteur de la sortie de la turbine au-dessus

---

([1]) Je prends un exemple donné par M. Eydoux : *Hydraulique industrielle et Usines hydrauliques*, p. 47.

([2]) Je rapplle que w'_1 est la vitesse relative de l'eau à la sortie de la turbine, β_1 l'inclinaison finale des aubes, u_0 et u_1 les vitesses d'un point des circonférences d'entrée et de sortie de la roue.

du bief d'aval, on aura, en tenant compte de (1) et de (2),

$$\frac{p'_1}{\pi} = \frac{p_0}{\pi} - h' + \frac{w'^2_1 \sin^2\beta_1}{2g}\left[\cot^2\beta'_1 - 2\cot\beta_1\cot\gamma' - \left(1 - \frac{s'^2}{s''^2}\right)\right];$$

d'ailleurs si l'on pose, comme dans mes Notes précédentes,

$$u_1 = \lambda w'_1,$$

on a

$$\cot\gamma' = \frac{\lambda - \cos\beta_1}{\sin\beta_1}.$$

Il en résulte qu'en conservant les notations de mes Notes précédentes b doit être remplacé par

$$b - \nu + \nu' - 2\frac{r_0^2}{r_1^2}\nu'_1\lambda$$

ou, ce qui revient au même, q par

$$q'_1 - 2\nu'_1\lambda$$

avec, comme plus haut,

$$(3) \qquad \nu = \sin^2\beta_1\left(1 - \frac{s'^2}{s''^2}\right),$$

et, de plus,

$$(4) \qquad \left\{\begin{aligned} &q'_1 = (1 + b - \nu + \nu')\frac{r_1^2}{r_0^2}, \qquad \nu' = \sin^2\beta_1\cot\beta'_1(\cot\beta'_1 + 2\cot\beta_1),\\ &\nu'_1 = \frac{r_1^2}{r_0^2}\sin\beta_1\cot\beta'_1;\end{aligned}\right.$$

avec ces changements toutes les formules de mes Notes précédentes sont applicables.

En particulier, la formule (6) de ma Note du 28 novembre 1921, relative aux turbines qui travaillent sous une charge variable, se trouve, si de plus on y fait $k = 1$, remplacée par la suivante [1] :

$$(5) \quad (p + q_1\mu)z^2 - 2n(\mu i + l)z - m(\mu i + l)^2 - \mu^2 z^2\frac{r_1^2}{r_0^2}\sin\beta_1\cot\beta'_1\left[\cot\beta'_1 - 2\left(\frac{\mu i + l}{\mu z\sin\beta_1} - \cot\beta_1\right)\right] = 0.$$

Prenons alors, pour β'_1, la valeur déterminée par la formule

$$(6) \qquad \cot\beta'_1 = 2\left(\frac{\mu i + l}{\mu z\sin\beta_1} - \cot\beta_1\right),$$

---

(1) Où $q_1 = (1 + b - \nu)\frac{r_1^2}{r_0^2}$, donc $q_1 = q'_1 - \nu'\frac{r_1^2}{r_0^2}$.

où z a la valeur qui correspond au rendement pour le travail à pleine charge, dans le cas où il n'y a pas de cloisons, valeur qui vérifie l'équation

$$(7)\qquad (p_0 + q_1\mu^2)z^2 - 2n(\mu i + l_0)z - m(\mu i + l_0)^2 = 0.$$

Le rendement ne sera pas alors modifié pour le travail à pleine charge par l'introduction des cloisons, mais il restera supérieur à cette valeur ρ_1, correspondant au travail à pleine charge, tant que l sera compris entre les racines de l'équation (5), résolue par rapport à l, équation qui peut s'écrire (¹)

$$(8)\qquad ({}^2)\ A l^2 - 2[\mu m i + \mu\nu'_1 z - nz(z-1)]l + fz^2 - 2\mu n i z + \mu^2(q'_1 z^2 - 2\nu'_1 i z - m i^2) = 0.$$

Or, l'une des racines de cette équation étant l_0, on aura pour l'autre l'_1

$$l'_1 = 2\frac{\mu m i + \mu\nu'_1 z - nz(z-1)}{A} l_0.$$

Si α'_1 est la valeur de α'_0 qui correspond à $l = l'_1$ lorsque l'inclinaison α'_0 des directrices varie de α_0 à α'_1, le rendement reste supérieur à ρ_1 et il passe par un maximum correspondant à la valeur de z pour laquelle les racines de (8) sont égales, valeur déterminée par l'équation

$$A'' z^2 - 2B'' z - C'' = 0,$$

où

$$A'' = (1+a)q'_1\mu^2 + (1+a)f - n^2, \qquad B'' = (1+a)n\mu i + (1+a)\mu^2\nu'_1 i - n\mu\nu'_1 - n^2,$$
$$C'' = n^2 + m\mu^2 q'_1 + \mu^2\nu'^2_1 + 2n\mu\nu'_1 + (1+a)\mu^2 m i^2 + mf - 2n\mu n i.$$

Pour cette valeur de z, les racines de (8) étant égales, on a pour la valeur correspondante l''_1 de l (³)

$$l''_1 = \frac{\mu m i + \mu\nu'_1 z - nz(z-1)}{A},$$

en considérant la turbine envisagée plus haut, pour laquelle $\xi = 1$, et qui avec un tube d'aspiration sans cloisons a un rendement maximum de 0,865.

(¹) En tenant compte de la relation $p = (1+a)l^2 + 2nl + f$.

(²) Où $A = (1+a)z^2 - m$, et z ayant dans cette équation la valeur qui vérifie l'équation (7).

(³) l étant connu, on a, pour la valeur correspondante α'_0 de l'inclinaison des directrices,

$$\operatorname{tang}\alpha'_0 = \frac{l_0}{l}\operatorname{tang}\alpha_0.$$

En opérant comme il vient d'être dit et prenant pour l'inclinaison initiale des cloisons, déterminée par la formule (6), $\beta'_1 = 48^\circ 41',7$, on trouve que le rendement resterait supérieur à 0,865 lorsque l'inclinaison des directrices varie de 20° à 8°48',5 et qu'il est maximum et égal à 0,900 pour cette inclinaison égale à 13°15',4. Si le tube n'avait pas eu de cloisons, le rendement aurait été de 0,773 pour l'inclinaison de 8°45',5 et de 0,843 pour celle de 13°15',4. Je rappelle que, pour la même valeur $\xi = 1$, j'avais trouvé sans tube d'aspiration un rendement maximum de 0,816.

PHYSIQUE. — *La chaleur de vaporisation et la différence des chaleurs spécifiques à l'état de saturation pour le néon.* Note de MM. **E. Mathias**, **C.-A. Crommelin** et **H. Kamerlingh Onnes**.

Dans une Note antérieure ([1]), nous avons donné le résultat de nos calculs sur la chaleur latente de vaporisation et la différence des chaleurs spécifiques de la vapeur saturée et du liquide pour l'argon, l'oxygène, l'azote et l'hydrogène. Aujourd'hui, nous donnons les mêmes grandeurs pour le néon.

Pour ce qui est de la manière dont les résultats furent obtenus, nous renvoyons à la Note citée.

Les tensions de vapeur p et les densités δ et δ' du liquide et de la vapeur saturée à T° nécessaires pour le calcul de la chaleur de vaporisation d'après la formule de Clapeyron-Clausius :

$$L = \frac{T}{J}\left(\frac{1}{\delta'} - \frac{1}{\delta}\right)\frac{dp}{dT},$$

où J est l'équivalent mécanique de la calorie et T la température absolue, ont été empruntées à des déterminations antérieures du Laboratoire cryogène de Leyde ([2]).

Les formules suivantes :

Néon.

$$\log p = -\frac{84,3796}{T} + 2,81911 + 0,01118\,T,$$

$$L^2 = 43,56922\,(T_c - T) - 1,744347\,(T_c - T)^2 + 0,0371203\,(T_c - T)^3,$$

représentent avec une grande fidélité : d'une part, les mesures expérimen-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1395.

([2]) Tensions de vapeur : *Comm.* n° 152 *b*; densités : *Comptes rendus*, t. 175, 1922, p. 933.

tales de p, de l'autre, les valeurs de L calculées comme il vient d'être dit.

Les températures T auxquelles elles se rapportent ont été mesurées dans l'échelle définie, très voisine de l'échelle absolue, dont on se sert à Leyde sous le nom d'*échelle Kelvin internationale provisoire*. T_c désigne la température critique absolue.

L une fois connu en fonction de la température, on obtient $m' - m$ par la formule classique

$$m' - m = \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T}.$$

On trouve que sa valeur, fortement négative près du point critique, reste négative à toutes les températures en passant par un maximum pour une température *réduite* voisine de 0,74, maximum au sujet duquel nous renouvelons les réserves faites antérieurement.

Le néon étant monoatomique, on peut affirmer, comme l'a démontré l'un de nous [1], que la chaleur spécifique de vapeur saturée m' est toujours négative et ne s'annule à aucune température.

Dans le Tableau suivant, nous donnons les chaleurs de vaporisation moléculaires ML et les chaleurs de vaporisation réduites $\frac{L\Delta}{p_c}$, où Δ est la densité critique et p_c la pression critique, pour l'oxygène, l'argon, l'azote, le néon et l'hydrogène, à la même température réduite $\frac{T}{T_c} = 0,6$.

	T_c.	M.	L.	ML.	$L\frac{\Delta}{p_c}$.
	°				
O^2	154,29 K	32,00	50,06	1602	0,433
Ar	150,65	39,88	38,10	1519	0,422
Az^2..........	125,96	28,02	47,9	1342	0,446
Ne	44,38	20,2	20,8	420	0,374
H^2	33,18	2,016	106,5	219	0,258

Comme c'est le cas pour les autres propriétés thermiques de ces corps, pour les chaleurs latentes de vaporisation, les déviations de la loi des états correspondants s'accentuent, en général, lorsqu'on passe à un corps à température critique plus basse.

---

(1) H. Kamerlingh Onnes, *Arch. Néerlandaises*, 2e série, t. 5, p. 576. Le raisonnement suivi peut être mis sous une forme élémentaire : E. Mathias, *Journ. de Phys.*, décembre 1909.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

C. Houard. *Les Zoocécidies des Plantes d'Afrique, d'Asie et d'Océanie.* Tome second : *Dicotylédones* (2e Partie). (Présenté par M. E.-L. Bouvier).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales de seconde espèce des variétés algébriques.* Note de M. **S. Lefschetz**, transmise par M. Émile Borel.

1. Soit V_d une variété algébrique d'équation $F(x_1, x_2, \ldots, x_d, t) = 0$ On peut lui attacher les intégrales k-uples

$$(1) \qquad \int\int\cdots\int\sum A_{i_1 i_2 \ldots i_k}\, dx_{i_1}\, dx_{i_2}\ldots dx_{i_k},$$

où les A sont rationnelles sur V_d, changent de signe avec chaque transposition d'indices et satisfont aux relations

$$B_{i_1 i_2 \ldots i_{k+1}} = \frac{\partial A_{i_1 i_2 \ldots i_k}}{\partial x_{i_{k+1}}} + (-1)^k \frac{\partial A_{i_2 i_3 \ldots i_{k+1}}}{\partial x_{i_1}} + (-1)^{2k} \ldots = 0.$$

Avec les $\binom{d}{k}$ fonctions rationnelles arbitraires A, formons les $\binom{d+1}{k}$ expressions B. Elles ne seront pas en général identiquement nulles. Par contre on vérifie de suite qu'elles satisfont aux relations analogues aux précédentes relatives aux intégrales de multiplicité $k+1$, de sorte que

$$(2) \qquad \int\int\cdots\int\sum B_{i_1 i_2 \ldots i_{k+1}}\, dx_{i_1}\, dx_{i_2}\ldots dx_{i_{k+1}}$$

est une intégrale analogue à (1) attachée à V_d. Toutefois cette intégrale est évidemment de type plus restreint que (1).

Pour retomber sur un terrain familier prenons $k = d = 2$. Les intégrales doubles correspondant à (2) sont du type

$$\int\int\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) dx\, dy,$$

bien connu depuis les travaux de M. Picard.

Pour $d = 3$, $k = 2$, on a affaire à

$$\int\int\left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial y}\right) dy\, dz + \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial z}\right) dz\, dx + \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x}\right) dx\, dy,$$

type que j'ai eu l'occasion d'étudier jadis (*Annali di Matematica*, 1917).

2. Nous nommerons (2) *intégrale impropre de seconde espèce* et nous définirons les intégrales de *seconde espèce* par la condition qu'elles se comportent comme les intégrales (2) au voisinage de leurs hypersurfaces d'infini. Ceci généralise la première définition de M. Picard pour les intégrales doubles de seconde espèce des surfaces algébriques. Par contre, pour les intégrales de multiplicité supérieure à *deux*, il n'y a plus équivalence entre celle qui précède et sa seconde définition : Une intégrale est de seconde espèce si elle est dépourvue de résidus. En effet, il *existe déjà des intégrales triples de seconde espèce suivant notre définition et qui, pourtant, possèdent des résidus.* La définition donnée plus haut semble préférable, ne serait-ce que parce qu'elle comprend une classe plus étendue d'intégrales, aussi nous y tiendrons-nous.

Introduisons enfin ces termes : Une intégrale de seconde espèce qui n'est pas impropre est dite *propre*. Des intégrales propres sont *linéairement indépendantes* s'il n'en existe pas de combinaison linéaire impropre.

3. Nous pouvons maintenant énoncer le théorème fondamental.

Théorème fondamental. — *Étant donné un groupe quelconque d'hypersurfaces de V_d, soient r le nombre maximum de cycles à k dimensions distincts ne les rencontrant pas, ρ_0^k le minimum de r lorsque l'on envisage tous les groupes possibles d'hypersurfaces. Le nombre maximum d'intégrales k-uples de seconde espèce, linéairement indépendantes, est précisément égal à ρ_0^k.*

Ce théorème est vrai même pour $k = 1$, car alors $\rho_0^1 = R_1$, connexion linéaire de V_d, et l'on retombe sur une proposition maintenant classique. Pour $k = 2$ on trouve $\rho_0^2 = R_2 - \rho$ (R_2 connexion superficielle, ρ nombre de Picard). Ainsi pour $d = 2$, $R_2 - \rho$ est le nombre de cycles à deux dimensions distincts, ne rencontrant pas un groupe suffisamment ample de courbes de V_d. En fait il suffit de prendre pour ces courbes ρ courbes indépendantes au sens de M. Severi.

La démonstration de notre théorème comprend deux parties distinctes : 1° Réduction des intégrales de seconde espèce à une forme relativement simple. Par exemple pour $d = 3$, $k = 2$, ce sera la forme

$$\int\int \frac{P(x_1, x_2, x_3, t)}{\varphi(x_1)\, F'_t}\, dx_2\, dx_3 + B\, dx_3\, dx_1 + C\, dx_1\, dx_2$$

(P polynome adjoint, φ polynome).

2° Détermination des conditions nécessaires et suffisautes pour qu'une intégrale de seconde espèce soit impropre. Elles sont d'ailleurs particulièrement simples : ayant obtenu un groupe d'hypersurfaces suffisamment ample, on considère ρ_0^k cycles à k dimensions distincts ne les rencontrant pas. Pour qu'une intégrale k-uple de seconde espèce soit impropre, il faut et il suffit que ses périodes par rapport aux cycles en question soient toutes nulles. A partir de ce point, la démonstration s'achève rapidement.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Remarque sur un théorème de M. Carleman.* Note de M. G. **Valiron**, transmise par M. Émile Borel.

M. Carleman a démontré cette importante proposition : *le nombre des valeurs asymptotiques finies d'une fonction entière d'ordre fini* ρ *est au plus égal à* 5ρ (¹). La démonstration de M. Carleman montre en outre que, si $M(r)$ désigne le maximum du module de la fonction considérée pour $|z|=r$, pour qu'il existe α courbes allant à l'infini sur lesquelles $|f(z)|$ reste borné, tandis que $|f(z)|$ n'est pas borné entre deux quelconques de ces courbes, il est nécessaire que

$$\lim_{r=\infty} \frac{\log_2 M(r)}{\log r} > \frac{\alpha}{5}.$$

Sous cette forme, le théorème de M. Carleman n'apprend rien de nouveau pour les fonctions d'ordre moindre que $\frac{1}{2}$, puisque d'après un théorème de M. Wiman, une telle fonction ne peut rester bornée sur aucun chemin allant à l'infini. Mais on peut remarquer que, dans le cas de l'ordre inférieur à $\frac{1}{5}$, l'inégalité fondamentale de M. Carleman [inégalité (9) du Mémoire cité] permet encore de délimiter les régions dans lesquelles $|f(z)|$ reste fini. En se plaçant dans le cas plus particulier des fonctions d'ordre nul $\left(\text{de façon à obtenir un résultat indépendant de la valeur } \frac{1}{5} \text{ qui n'est pas sans doute la meilleure}\right)$, on obtient la proposition suivante :

(¹) *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, t. 15, n° 10, 1920. Dans sa démonstration, M. Carleman utilise les propriétés des fonctions de Green; dans mon Ouvrage, *The general Theory of integral functions*, je donne une démonstration, peut-être un peu plus simple, en faisant seulement usage du théorème de Cauchy sur le maximum du module des fonctions analytiques complété par MM. Lindelöf et Phragmèn.

Considérons les points z pour lesquels $|z| > 1$ et $|f(z)| < |z|^p$, p étant un nombre positif fixe, ces points appartiennent à une suite infinie de domaines finis $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$, que l'on peut supposer numérotés de telle sorte que, d_n étant la borne inférieure de $|z|$ dans Δ_n, d_n ne décroisse pas et ait pour limite l'infini. *Dans ces conditions, si* D_n *est la borne supérieure de* $|z|$ *dans* Δ_n, *le rapport* $\log D_n : \log d_n$ *tend vers* 1 *lorsque* n *croît indéfiniment.*

Les zéros des fonctions $f(z) + P(z)$ où $P(z)$ est un polynome de degré moindre que p sont donc situés, à partir d'une certaine valeur de leur module, dans les domaines Δ_n et ils y sont aussi nombreux que ceux de $f(z)$. On voit en particulier que, si l'on pose $f(z) = Z$, les diverses déterminations de la fonction multiforme $z = \varphi(Z)$ définie par cette égalité jouissent de cette propriété : lorsque Z décrit d'une façon quelconque un cercle $|Z| < A$, les valeurs de $\log \varphi(Z)$ ont uniformément la même continuité relative (voir ma Thèse de doctorat, p. 33).

Pour les fonctions telles que le rapport $\log M(r) : (\log r)^2$ reste borné, j'ai donné dans ma Thèse une proposition plus précise; mais, pour les autres fonctions d'ordre nul, le théorème de M. Carleman donne ainsi immédiatement un résultat qu'il ne semble pas aisé d'obtenir par les méthodes directes, et résout en première approximation une question que j'avais posée dans ma Thèse (p. 38) sans pouvoir y répondre.

La proposition générale obtenue peut évidemment être précisée dans chaque cas particulier. Par exemple, si l'on suppose que le rapport $\log_2 M(r) : \log_2 r$ reste inférieur à un nombre fixe k, il existe un nombre $H = H(k)$ tel que le rapport $D_n : d_n$ reste inférieur à $(\log d_n)^H$ à partir d'une valeur de n. Ce résultat est assez précis comme on le voit en comparant aux propriétés de la fonction singulière considérée à la page 37 de ma Thèse pour laquelle $D_n : d_n$ finit par surpasser $(\log d_n)^\alpha$, $(\alpha < 1)$.

CHRONOLOGIE. — *Une nouvelle interprétation de la période sothiaque* [1]. Note de M. **Hilaire de Barenton**, présentée par M. Bigourdan.

Jusqu'à présent, on a estimé à 1460 ans la durée de la période sothiaque égyptienne et à 30 ans l'intervalle entre les *seds* ou jubilés qu'elle comporte. Mais, quand on a voulu en faire l'application à la chronologie égyptienne, les calculs se sont trouvés le plus souvent en défaut. Ainsi, sous Pepi, on

---

(1) Hilaire de Barenton, *Le mystère des pyramides et la chronologie sothiaque égyptienne reconstituée sur de nouvelles bases*, Paris, 1923.

trouve des seds qui ne sont distants que de 7 années, et, sous Ramsès II, on trouve 11 seds en 24 ans. D'autres impossibilités de diverses sortes ont été relevées. C'est ce qui a porté l'auteur de l'Ouvrage présenté à chercher une autre formule; et il semble bien que celle qu'il propose résolve, avec succès, la plupart des problèmes sur la question.

1° Il donne 1508 ans à la période sothiaque ([1]). C'est le chiffre d'années requis, en effet, pour que l'année vague de 365 jours (trop courte de $0^j,242216$) accomplisse son cycle complet à travers l'année solaire. Biot, dans son Mémoire de 1845 sur cette question, présenté à l'Académie, avait déjà indiqué cette correction.

2° Il fonde la période des seds ou jubilés sur une combinaison de l'année vague avec la semaine ([2]). Comme l'affirme Cassius (XXXVIII, 18), les Égyptiens pratiquaient la semaine, qu'ils avaient fondue dans leurs mois, comme le montre l'auteur. Et, pour eux, comme pour les Hébreux, le 7e jour était sacré et sabbatique et il correspondait aux 7, 14, 21, 28 de chaque mois. De plus, le 30 de chaque mois et les 5 épagomènes étaient aussi sacrés ou sabbatiques. Ceci établi, la période des jubilés est obtenue par la formule suivante : *toutes les fois que, en vertu du recul de l'année vague, le grand jour de l'inondation* (19 *juillet grégorien*) *coïncidait avec un jour sabbatique, il y avait jubilé.*

Voici, d'après cette théorie, la répartition des jubilés durant l'avant-dernière année sothiaque ([3]). Au témoignage de Censorin, dans *De die natali*, la dernière grande année finit en 139 de notre ère; elle avait donc commencé en 1371; et la précédente, en 2879 :

7 thot....	2854	7 paophi.	2730	7 athyr......	2606	7 choiak.....	2482
14 »	2825	14 » .	2701	14 »	2577	14 »	2453
21 »	2796	21 » .	2672	21 »	2548	21 »	2424
28 »	2767	28 » .	2643	28 »	2519	28 »	2395
30 »	2759	30 » .	2635	30 »	2511	30 »	2387

Ces dates se lisent ainsi : en 2854, la grande crue du Nil (19 juillet grégorien) coïncida avec le 7 thot, jour sabbatique, il y eut jubilé, etc. Les jubilés de ces quatre mois, première saison égyptienne, se rapportent tous à l'Ancien Empire.

([1]) *Loc cit.*, p. 8-16.
([2]) *Loc. cit.*, p. 12-15.
([3]) *Loc. cit.*, p. 15, 69 et 73.

7 tybi.... 2358	7 méchir. 2234	7 phamenoth. 2110	7 pharmouti.. 1986
14 » 2329	14 » . 2205	14 » . 2081	14 » . 1957
21 » 2300	21 » . 2176	21 » . 2052	21 » . 1928
28 » 2271	28 » . 2147	28 » . 2023	28 » . 1899
30 » 2263	30 » . 2139	30 » . 2015	30 » . 1891

Ces jubilés se rapportent au Moyen-Empire, et les suivants au Nouvel-Empire :

7 pachons. 1861	7 payni.. 1737	7 épiphi..... 1613	7 mésori..... 1489
14 » . 1832	14 » .. 1708	14 » 1584	14 » 1460
21 » . 1803	21 » .. 1679	21 » 1555	21 » 1431
28 » . 1774	28 » .. 1650	28 » 1526	28 » 1402
30 « . 1766	30 » .. 1642	30 » 1518	30 » 1394

Après le 30 mésori venaient les jubilés rattachés aux 5 épagomènes, qui duraient 20 ans, de sorte que de 1394 à 1371, pendant 24 ans, ce fut une suite ininterrompue de seds. Or, ces 24 ans de jubilés se retrouvent précédemment mentionnés sous Ramsès II, de son an XXX à son an LIV. Seule cette théorie les explique et fixe ainsi la date certaine de ce pharaon ([1]).

On remarquera que les quatre premiers jubilés de chaque mois sont distants de 29 ans; cela justifie la tradition accordant 30 ans d'intervalle aux jubilés; l'intervalle du cinquième n'est que de 4-8 ans. C'est donc à ces jubilés de la fin des mois que se rapportent tous les jubilés à court intervalle, tel que ceux de Pepi. Cela a permis de dater ces seds de Pepi à 2271-2263, et, en conséquence, les IV-VI[es] dynasties à 2420-2154 ([2]). Deux jubilés à court intervalle, sous les derniers pharaons de la XI[e] dynastie, ont permis de fixer la date de cette dynastie à 2174-2013 ([3]). Auparavant deux seds de Den Setui, 5[e] pharaon de la I[re] dynastie, marqués des chiffres 10 et 11, avaient été identifiés avec les 10[e] et 11[e] de la série, ceux des années 2635 et 2606, ce qui date la I[re] dynastie ([4]).

La XII[e] dynastie est datée par la célèbre inscription de l'an VI de Sésostris III : « Tu dois savoir que Sothis se lève le 16 pharmouti. » Le Tableau des seds montre que ce lever eut lieu en 1949, ce qui fixe la chronologie de toute la dynastie, puisqu'on connaît les années de règne de chaque pharaon. La voici : les chiffres arabes sont ceux du canon de Turin

([1]) *Loc. cit.*, p. 83 et 84.
([2]) *Loc. cit.*, p. 25 et 69.
([3]) *Loc. cit.*, p. 71.
([4]) *Loc. cit.*, p. 7 et 16.

et marquent les années de règne du pharaon, avant l'association de son fils; les chiffres romains sont ceux des monuments (¹).

Amenemhat I, 20, XXX....	2068-2048	Sésostris III, 30 +.............	1955 (?)-1928
Sésostris I, 42, XLIV.......	2048-2006	Amenemhat III, 40 +, XLVI....	1928-1886
Amenemhat II, 32.........	2006-1974	Amenemhat IV, 9, IX..........	1886-1878
Sésostris II, 19............	1994-1955 (?)	Sovkounofri, 3.................	1878-1875

Cette chronologie est confirmée par le célèbre calendrier lunaire de Kahun, daté de l'an XXX-XXXI d'un pharaon innommé, qui est Amenemhat III, c'est-à-dire de 1898-1897. D'après ce calendrier, la lune de thot était le 21, qui correspond au 15 décembre grégorien, d'après le tableau des jubilés. Or la lune (moyenne) de décembre 1898 est bien exactement le 14 décembre, à $4^h 26^m$. Meyer, dans *Chronologie égyptienne* (p. 67), aidé par Ginzel, avoue que ce calendrier ne peut s'accorder avec la chronologie calculée d'après l'ancienne théorie sothiaque.

La chronologie de la XVIIIe dynastie est fixée par un lever de Sothis, marqué pour l'an IX d'Amenhotep I, ce que le tableau des jubilés traduit par l'an 1605. Des seds indiqués sous Thoutmès I, Hatshepsit, Thoutmès III, Thoutmès IV, Khouniaton et Toutankhamon achèvent de préciser la chronologie de cette grande dynastie, qui s'étend de 1635 à 1444 (²).

Notons encore, entre d'autres nombreuses solutions, l'identification de l'éclipse de lune, observée sous Takelot, avec celle du 22-23 mars 823. Ce problème, avec l'ancienne théorie sothiaque, avait été abandonné comme insoluble (³). Il en est de même des doubles dates (égyptiennes et persanes) des papyrus araméens d'Éléphantine, jugées inexplicables, et qui se justifient automatiquement dans la nouvelle théorie (⁴).

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le spectre de l'aurore boréale et les couches supérieures de l'atmosphère.* Note (⁵) de M. L. **Vegard**, présentée par M. Deslandres.

A l'Institut géophysique de Tromsö, l'été dernier, j'ai poursuivi d'une façon plus systématique les recherches commencées (⁶) sur le spectre de

(¹) *Loc. cit.*, p. 72-73.
(²) *Loc. cit.*, p. 74 et suiv.
(³) *Loc. cit.*, p. 74 et suiv.
(⁴) *Loc. cit.*, p. 98.
(⁵) Séance du 26 mars 1923.
(⁶) Voir L. Vegard, *Phys. Z. S.*, t. 14, 1913, p. 677; *Kristiania Vid. selek. skr. Mat. nat. Kl.*, 1916, nº 13; *Geophys. Publ.*, vol. 2, nº 5.

l'aurore boréale. J'ai employé trois spectrographes, à savoir un grand spectrographe (I) à pièces optiques en quartz, un grand spectrographe (II) en verre, munis tous deux d'un régulateur automatique de la température, et un petit spectrographe (III) en verre. La dispersion du spectrographe en quartz était faible dans le rouge, et, avec le petit spectrographe en verre, elle était si petite que l'erreur de mesure a pu atteindre 2 à 3 Å.

Les spectrogrammes ont été pris et mesurés avec l'aide de MM. Einar Fönsberg et Jonathan Aars; le Tableau ci-dessous donne les longueurs d'onde des radiations émises.

Spectre de l'aurore avec les spectrographes.			Spectre de l'azote.		
I.	II.	III.	λ.	Type.	Observateur.
3135,0 Å.			3135,9 Å.	B.P.	Hermesdorf
3160,0			3159,2	Id.	Id.
3208,3			?		
3284,9			3285,3	Id.	Id.
3371,3			3371,5	Id.	Id.
3432,7			?		
3467,8			3468,1	Id.	Deslandres
3502,9			3500,5	Id.	Hermesdorf
3536,1			3536,8	Id.	Id.
3576,9			3577,0	Id.	Id.
3711,1			3710,7	Id.	Id.
3755,7		3758,5	3755,5	Id.	Id.
3805,4		3807,0	3805,1	Id.	Id.
3913,8	3913,3	3913,7	3914,4	B.N.	Deslandres
		3941,5	3943,1	B.P.	Hermesdorf
3998,0		4000,4	3998,5	Id.	Id.
4056,2		4059,7	4058,7	Id.	Hasselberg
		4182,5	?		
		4200,0	4201,0	Id. (1)	Id.
4237,8	4236,3	4238,4	4236,3	B.N.	Id.
	4266,8		4269,4	B.P. (2)	Id.
4277,7	4277,9	4279,0	4278,0	B.N.	Id.
		4345,8	4343,8	B.P.	Id.
		4378,9	4379,8	S.L.	Hemsalech
4421,5 (?)		4426,5	4426,2	Id.	Id.
		4478,5	4478,0	Id.	Id.
		4552,1	4552,3	Id.	Id.

(1) Ou B.N. 4198,8.

(2) Ligne diffuse.

Spectre de l'aurore avec les spectrographes. I.	II.	III.	Spectre de l'azote. λ.	Type.	Observateur.
		4591,9	4590,0	Id.	Neovius
4652,7	4651,1	4650,8	4651,2	B.N.	Hasselberg
4707,7	4708,7	4708,3	4708,6	Id.	Id.
		4779,2	4779,0	S.L.	Thalen
		4857,4	4860,6	Id.	Hemsalech
	5578,4	5578,4	?		
		5925 / 6465 } Bands	Probablement B.P. de l'azote		

N. B. — B.P. signifie bande positive, B.N. bande négative et S.L. spectre de lignes.

D'après ces mesures, on peut rapporter à l'azote la plupart des radiations; mais je n'ai pas pu identifier les quatre raies suivantes : 5578,4 (la raie verte); 4182,5; 3432,7; 3208,3; qui ne sont pas dans les tables des lignes de l'azote, et ne peuvent être attribuées à H, He ou O.

Dans plusieurs spectrogrammes, les raies fortes de l'aurore boréale étaient très surexposées, et il n'y avait aucune trace des raies de l'hydrogène ou de l'hélium. De plus, nous avons étudié dans le laboratoire la lumière produite par les rayons cathodiques dans des mélanges (Az — H) et (Az — He), et nous avons pu conclure que la pression de l'azote atmosphérique, à une hauteur comprise entre 100^{km} et 120^{km}, est plus grande que la pression de H et de He. A ces altitudes, la couche atmosphérique de H et de He, telle qu'on l'a généralement supposée, ne peut exister.

La raie verte de l'aurore domine jusqu'au bord inférieur; or j'ai pu prendre des spectrogrammes qui correspondent, les uns au bord inférieur, les autres au bord supérieur de l'aurore, et qui tous offrent la raie verte et les bandes les plus fortes de l'azote. Bien que les deux couches d'émission diffèrent en altitude de 40 à 60^{km}, la raie verte, comparée aux bandes négatives de l'azote, apparaît aussi forte au bord inférieur qu'au bord supérieur. Si cette raie était due à un gaz d'un poids moléculaire différent de celui de l'azote, le rapport entre les radiations des deux gaz devrait varier beaucoup avec la hauteur [1]. Comme ce n'est pas le cas, la raie verte doit être émise par un gaz ayant le même poids moléculaire que l'azote. Même, à cause de la grande intensité de la raie verte, ce gaz doit avoir une pression au moins

[1] La raie verte ne peut donc être attribuée à un gaz hypothétique, le géocoronium, d'un très petit poids moléculaire.

égale à celle de l'azote et nous pouvons encore conclure que la raie verte doit être attribuée à l'azote.

Il semble aussi raisonnable de supposer que les trois autres raies 4182, 3432, 3208, ont la même origine. Le spectre entier serait dû à l'azote; mais comment alors expliquer le fait que la lumière aurorale est parfois visible à la hauteur de 500-600^{km}?

Même en supposant avec Lindeman et Dobson que la température aux grandes altitudes soit de 300° absolus, la loi ordinaire de variation de la pression avec la hauteur exigerait pour l'azote, à la hauteur de 550^{km}, une pression voisine de $\frac{10^{-21}\,\text{dyne}}{\text{cm}^2}$; et, pour expliquer par les rayons cathodiques l'intensité de l'aurore à cette altitude, il faudrait avoir 10^{19} électrons par centimètre cube; ce qui est inadmissible. On aurait une densité de gaz suffisante avec une température excédant 1000°; mais cette hypothèse est tout à fait improbable.

La supposition la meilleure est une forte ionisation des couches supérieures par les rayons X et γ du Soleil. Au-dessus d'une certaine hauteur, les ions positifs sont alors poussés vers le haut, et l'équation de variation de pression prend la forme

$$dp = -(\rho g - \sigma \mathrm{F})\, dh,$$

ρ étant la densité du gaz, σ la densité électrique et F la force électrique. L'effet de la charge électrique sur la distribution de la pression sera analogue à celui d'une diminution du poids moléculaire [1].

La forte charge électrique de l'azote dans les couches supérieures permet aussi d'expliquer l'émission par l'azote des raies spectrales de l'aurore non encore observées dans le laboratoire. L'ionisation atteinte jusqu'ici dans le laboratoire n'a pas été suffisante.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Mesures nouvelles de la vitesse de rotation des filaments. Évaluation de la hauteur de ces objets au-dessus de la chromosphère solaire.* Note de M. **L. d'Azambuja**, présentée par M. H. Deslandres.

Les mesures de la vitesse angulaire des filaments, encore assez peu nombreuses, ne sont pas jusqu'ici très concordantes. Lorsque l'intervalle choisi

---

(1) Cette forte charge électrique intervient aussi dans le passage des météores; elle provoque des décharges électriques qui augmentent la lumière émise.

pour la déterminer est compris entre deux ou plusieurs passages successifs au méridien central et correspond, par suite, à une ou plusieurs rotations, la vitesse obtenue, désignée, dans cette Note, par l'expression *vitesse moyenne*, est très voisine de celle des taches. Par contre, on trouve des valeurs nettement plus grandes et, de plus, très variables d'un filament à l'autre, quand on cherche à déduire la vitesse des positions successives des filaments au cours d'un seul de leurs passages sur le disque.

Cette anomalie, qui a été interprétée de diverses façons, s'explique simplement par une élévation plus ou moins grande des filaments au-dessus de la chromosphère. L'augmentation variable de la vitesse au cours d'un passage serait apparente et due à la perspective.

Ce même effet de perspective se retrouve dans l'aspect des filaments au voisinage des bords où leur largeur, au lieu d'être réduite, est le plus souvent, au contraire, augmentée [1]. De plus, c'est toujours entre la disparition au bord ouest et la réapparition au bord est que les filaments perdent l'avance qu'ils avaient prise sur leur position moyenne et il est étrange que ce recul se produise constamment dans l'hémisphère invisible.

Cependant, Evershed, qui, à Kodaikanal, a noté quelques-unes de ces particularités, n'a pas considéré l'élévation des filaments comme la cause principale des phénomènes observés.

Pour éclaircir la question, j'ai déterminé la vitesse moyenne de nombreux filaments stables et je l'ai comparée aux vitesses de passage.

Parmi les 448 filaments d'un relevé général, dont le plan a été soumis récemment à l'Académie [2] et qui s'étend actuellement à l'ensemble des observations de 1919, 14 filaments ont pu être retenus et mesurés, par des procédés déjà décrits, sur les épreuves du calcium (K_3). Ils ont fourni 40 déterminations de la vitesse moyenne à des latitudes diverses, comprises entre 0 et ± 40°. Un filament très remarquable de 1922, ajouté aux précédents, a fourni 16 déterminations. Enfin, 112 comparaisons entre les vitesses moyennes et les vitesses de passage ont été effectuées.

1° *Vitesses angulaires moyennes de rotation.* — Comme l'avaient indiqué les observations antérieures, la valeur trouvée pour la vitesse moyenne équatoriale (14°,45) est très voisine de celle relative aux taches (14°,40).

Deux propriétés nouvelles ont été mises en évidence :

---

(1) Cette remarque a déjà été faite (Deslandres et d'Azambuja, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 442).

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1450, et *Annales de Meudon*, t. 6 (extrait).

a. La vitesse moyenne ne varie pas sensiblement d'un filament à l'autre (les écarts extrêmes, dans les deux sens, ne dépassent pas 0°,15).

Elle se montre ainsi indépendante de la forme, de l'intensité et de l'étendue des filaments observés.

b. De plus, elle présente un ralentissement polaire très net (*fig.* 1), un peu plus petit que celui des taches.

Cette dernière propriété est particulièrement intéressante, car elle montre les filaments obéissant aux lois générales de rotation des autres parties de la chromosphère et des taches.

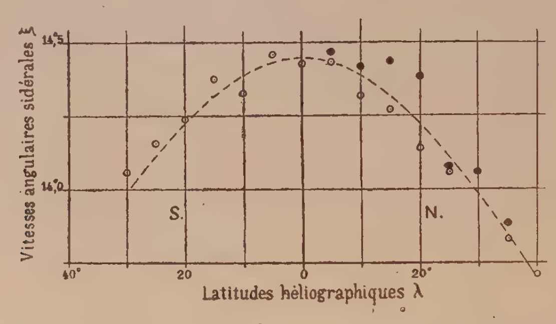


Fig. 1. — Vitesses angulaires moyennes de rotation des filaments en fonction de la latitude héliographique λ. Les vitesses des filaments de 1919 sont marquées par des cercles blancs. Celles du filament de 1922, par des cercles noirs. La courbe en traits discontinus correspond à la formule

$$\xi = 14°,45 - 1°,90 \sin^2 \lambda.$$

2° *Hauteur des filaments au-dessus de la chromosphère.* — Dans la figure 2, les variations de vitesse du filament de 1922 au cours d'un de ses passages, ont été représentées en fonction de ses variations de longitude héliographique. Les X et les cercles indiquent les longitudes successives atteintes respectivement par les points d'intersection des côtés est et ouest du filament avec le parallèle 30° nord. Ces positions successives s'écartent fortement des trajectoires idéales, marquées par les droites en traits pleins, qu'auraient décrites les mêmes points est et ouest si le filament, animé de sa seule vitesse moyenne, avait été au niveau de la chromosphère. Elles s'accordent bien, au contraire, avec les trajectoires en traits discontinus qui correspondent à des hauteurs supposées des points est et ouest, de 65″ et 35″ dans l'hémisphère est et de 5″ et 65″ dans l'hémisphère ouest.

J'ai rapproché ces résultats de l'aspect offert par les protubérances associées au filament, au passage de celui-ci aux bords est et ouest. Au bord est, se trouvait une protubérance en forme de pont; le dessus du pont s'élevait à une hauteur de 55″, le dessous, à 35″. Au bord ouest, une protubérance

massive de 60″ de hauteur était visible. Ainsi, dans la mesure où l'on admet que protubérances et filaments constituent un même phénomène, vu sous deux aspects différents, les variations de forme de la protubérance expliquent les apparences observées sur le disque.

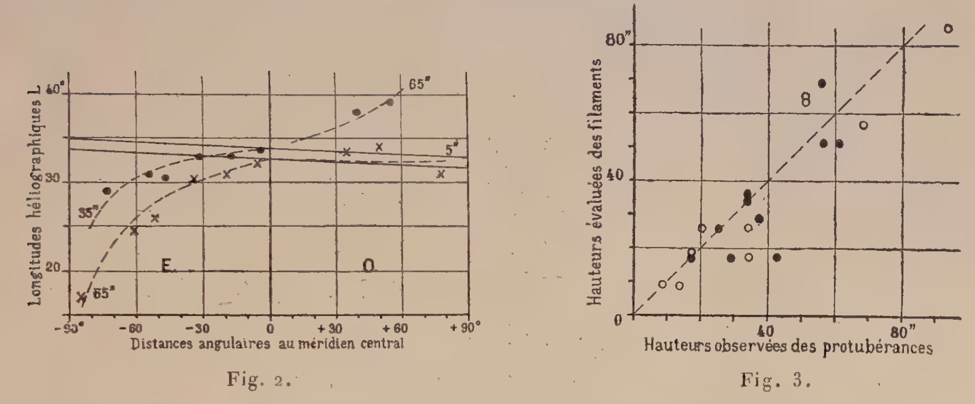


Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 2. — Les horizontales du graphique correspondent à des trajectoires de points qui seraient animés d'une vitesse angulaire sidérale de 14°,18 par 24 heures.

Fig. 3. — Les moyennes des hauteurs évaluées, pour 1919, sont marquées par des cercles blancs; celles de 1922, par des cercles noirs. La droite en traits discontinus correspond au cas où les hauteurs observées et les hauteurs évaluées sont égales.

L'évaluation des hauteurs a été étendue à 111 autres cas. Toutes les valeurs trouvées sont comprises entre 0″ et 90″ (¹). Dans 31 cas (1919 et 1922) où le filament et la protubérance connexe étaient également bien marqués au bord, la concordance entre les hauteurs évaluées et observées s'est montrée satisfaisante (*fig.* 3).

Ces faits sont en faveur de l'hypothèse, proposée au début, pour expliquer les vitesses de passage variables et anormalement élevées des filaments. Pour se prononcer définitivement, il convient d'attendre que des documents plus nombreux soient réunis, permettant de nouvelles vérifications.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'induction et spectres d'étincelle.* Note de M. **Louis Dunoyer.**

Dans deux Notes aux *Comptes rendus* (t. 173, 1921, p. 350 et 472) et dans un Mémoire plus développé au *Journal de Physique* (t. 6, 1922, p. 261-

(¹) Royds, qui a évalué autrement les hauteurs des filaments, a trouvé des valeurs beaucoup plus faibles (*Kodaikanal Observatory*, Bulletin n° 63, 1920).

292), j'ai exposé les résultats spectroscopiques d'expériences effectuées en 1914 sur les vapeurs de césium et de rubidium. Ces vapeurs étaient contenues dans des tubes de silice fondue terminés par des glaces de même substance. En provoquant leur luminescence sous l'action d'un champ électromagnétique de haute fréquence, j'ai montré que les caractères spectraux de la lumière émise étaient, d'une manière très remarquable, sous la dépendance :

1° De la température et par conséquent de la tension de la vapeur;

2° Du potentiel de la décharge oscillante.

J'ai nettement indiqué « que la diminution de la distance explosive à l'éclateur primaire produit le même effet, dans une certaine mesure tout au moins, qu'une augmentation de la densité de la vapeur ». Or une augmentation de la densité de la vapeur provoque le développement du spectre d'arc au détriment du spectre obtenu pour les pressions plus basses : spectre extrêmement riche en lignes comprenant toutes les raies d'étincelle connues et, en outre, un très grand nombre de raies nouvelles dont quelques-unes très intenses. D'après ce qui vient d'être rappelé, tel est aussi l'effet que j'attribuais à la diminution du potentiel de décharge.

En outre, j'indiquais que le tube, vu en bout, présentait des colorations différentes le long de l'axe et dans la couche voisine des parois (donc des spires inductrices), de telle sorte qu'en formant sur la fente d'un spectrographe ordinaire l'image du tube, vu en bout, on devait obtenir des spectres comprenant, sur leurs bords, les raies de couches externes, et au milieu, celles de la partie centrale du tube. Le spectrographe Féry dont je disposais alors ne m'avait pas permis d'obtenir ce résultat puisque, en raison de son astigmatisme, la lumière qui passe par un point de la fente est répartie sur toute la hauteur du spectre.

C'est l'expérience qu'ont faite avec le mercure, en suivant la technique que j'avais indiquée en détail, MM. Léon et Eugène Bloch. Il ne m'est donc pas possible de souscrire à la phrase par laquelle ils terminent leur récente Note [1] : « En résumé, nous avons indiqué une méthode d'analyse des spectres d'étincelle, et nous avons appliqué cette méthode au cas du mercure ». En effet, cette méthode d'analyse avait été nettement indiquée par moi.

A cette réclamation de priorité j'ajoute les remarques suivantes :

1° Depuis quelques années les spectres produits par l'action inductrice

---

(1) *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 833.

de la décharge oscillante ont été étudiés, avec plus ou moins de précision, par divers physiciens : Hagenbach, Frey et Schumacher pour le zinc et le cadmium, Mc Lennan pour le potassium, Robertson pour le potassium, le sodium, le lottrium, le mercure et l'iode, Van den Leingen pour le mercure et le cadmium. Plusieurs d'entre eux désignent ces spectres sous le nom de spectres du corps *ionisé*. Si intéressante et légitime que puisse paraître l'attribution de ces spectres à l'atome ionisé, il m'a semblé qu'il était préférable de leur donner le nom de *spectres d'induction*, de même qu'il est actuellement préférable de dire spectre d'arc plutôt que spectre de l'atome neutre, quelque raison que l'on ait d'attribuer les raies d'arc proprement dites à l'atome neutre. Le nom de spectre d'étincelle d'ordre supérieur, proposé par MM. Léon et Eugène Bloch n'est évidemment pas justifié par le mode de production et ne l'est pas non plus suffisamment par le fait que les nouveaux spectres dont il s'agit contiennent, parmi leurs très nombreuses raies, les raies d'étincelle. La dénomination choisie d'après le mode de production est assurément plus naturelle et plus légitime.

2° Ceci posé, l'équivalence établie par moi et rappelée plus haut entre la diminution de la pression et l'augmentation du potentiel de décharge apporte un argument sérieux en faveur de l'hypothèse d'après laquelle les spectres d'induction sont les spectres de l'atome ionisé, cette ionisation pouvant être simple ou multiple comme l'indiquent MM. Léon et Eugène Bloch. En effet, plus le libre parcours moléculaire est grand, plus l'énergie cinétique acquise, au moment d'un choc dans un champ donné, par le porteur électrisé ionisant est grande, et plus il y a de chances pour que les ionisations multiples soient fréquentes. L'effet est donc le même que celui d'une augmentation du potentiel de décharge. Toutefois les variations spectrales seront beaucoup plus rapides en fonction des variations de température qu'en fonction des variations du potentiel de décharge, parce que la tension de vapeur et le chemin moyen varient eux-mêmes beaucoup plus vite que la température. Les changements rapides de coloration que j'ai décrits pour le césium et le rubidium doivent correspondre aux tensions de vapeur pour lesquelles le chemin moyen devient trop petit pour que l'électron ionisant puisse avoir acquis, au moment du choc, l'énergie cinétique nécessaire aux ionisations d'ordre supérieur.

GÉOLOGIE. — *Observations géologiques sur l'Yémen.* Note de M. PIERRE LAMARE.

Au retour d'un voyage dans l'Yémen (angle sud-ouest de l'Arabie), je me propose de résumer mes observations qui montrent que cette région présente de remarquables analogies géologiques et lithologiques avec les régions Somali et Abyssine.

La région de l'Yémen est un haut plateau volcanique à l'altitude de 2000^m à 3000^m, qui s'abaisse, par des échelons successifs dus à une série de fractures, jusqu'au niveau de la mer. Ces fractures se sont produites suivant deux directions à peu près perpendiculaires, parallèles aux côtes de la mer Rouge d'une part, et du golfe d'Aden d'autre part.

Il subsiste, au milieu des compartiments effondrés, quelques horsts dans lesquels il est possible d'étudier le substratum de la série éruptive tabulaire : schistes cristallins et granites alcalins recouverts par une série sédimentaire peu importante comprenant des calcaires et des grès.

L'un des horsts principaux, la Djebel Saber, est un vaste massif de granite alcalin. Ce granite montre une tendance pegmatique, et comprend comme éléments essentiels du quartz, du microcline, des microperthites d'orthose et d'albite, et une amphibole sodique en petite quantité. Cette dernière est ou bien de la riebeckite, ou bien une amphibole sodique du groupe de la lanéite.

Dans d'autres horsts de la région de Dalleh (100^{km} au nord d'Aden), j'ai recueilli des granites à ægyrine, ainsi que des gabbros doléritiques.

Ces roches éruptives, de même que les sédiments qui les recouvrent, sont traversées par de très nombreux filons et filonnets de roches qui sont des équivalents aphanitiques des granites alcalins : microgranites alcalins à ægyrine, cette dernière pouvant faire presque totalement défaut et être remplacée par une amphibole voisine de la lanéite ; ces roches sont à rapprocher des paisanites du Texas.

Le haut plateau du Yémen est à peu près entièrement constitué par des roches volcaniques en coulées superposées qui, dans la plupart des cas, sont parfaitement horizontales et très étendues quoique peu épaisses.

Les torrents qui descendent vers la mer y ont creusé de profondes entailles, qui montrent d'une façon saisissante la puissance de cet ensemble de coulées qui se succèdent avec la plus grande régularité sur plus de 1000^m d'épaisseur.

D'une manière générale, les appareils éruptifs qui ont émis ces laves ne sont pas conservés. Il faut cependant faire une place à part à quelques volcans récents de la région de Sana, postérieurs aux effondrements de la mer Rouge et du golfe d'Aden, ainsi qu'aux cycles d'érosion qui ont donné au pays sa topographie actuelle. Ces volcans, qui n'ont joué d'ailleurs qu'un rôle très limité, rappellent nos volcans quaternaires de la chaîne des Puys : cratères égueulés, d'où s'échappe une petite coulée à surface de cheire. Ces coulées recouvrent les alluvions des vallées.

Les roches d'épanchement du Yémen sont ou basaltiques, ou rhyolitiques. Les principaux types de basaltes rencontrés sont les suivants :

1° Type très feldspathique, assez pauvre en olivine, passant aux labradorites. Grands cristaux de feldspath et pâte finement microlitique (base du Dj. Loukoum, près Sana);

2° Type à phénocristaux feldspathiques microscopiques, contenant une certaine quantité d'olivine (éruptions récentes de la vallée de Sana);

3° Basalte doléritique à grands cristaux de feldspath et d'olivine (plaine de Dâmar; ravin de l'Ouadi Addek);

4° Basalte à grands cristaux de plagioclases basiques, contenant en abondance une augite titanifère qui forme de grandes plages ophitiques avec de grands microlites de plagioclase (Nadré). Une variété de ce basalte, pauvre en olivine, est dépourvue de phénocristaux : elle renferme, en outre, des veinules presque uniquement feldspathiques, formées par un plagioclase acide et du verre;

5° Type porphyroïde, à nombreux phénocristaux d'olivine, se rapprochant de l'ankaramite (Dj. Loukoum);

6° Type à grain fin (Dj. Loukoum). Quant aux rhyolites, elles sont compactes, lithoïdes, très souvent fluidales et sphérolitiques, dépourvues de minéraux colorés ou n'en contenant qu'une très petite quantité (ægyrine). Il y a des formes vitreuses, généralement remplies d'éponges de quartz pœcilitique globulaire, des types obsidienniques noirs et des tufs ponceux. Enfin, il faut citer un type rencontré dans la région de Nadré, très riche en gros phénocristaux d'orthose et de quartz bipyramidé.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques en Normandie.* Note de M. **C.-E. Brazier**, présentée par M. D. Berthelot.

Les stations dans lesquelles ont été obtenus les résultats reproduits ci-dessous sont toutes situées dans les départements de l'Eure et de la Seine-Inférieure. Elles font partie du nouveau réseau magnétique de la France dont l'établissement est actuellement poursuivi par la sixième Section du Comité français de l'Union géodésique et géophysique internationale.

Dans un certain nombre d'entre elles des mesures avaient déjà été effectuées par Moureaux soit antérieurement à 1896, soit en 1904. Les noms des premières sont imprimés en italique, ceux des secondes en caractères gras.

Le développement de la traction électrique, l'extension des clôtures en fil de fer barbelé au voisinage des agglomérations et l'existence de lignes de transport de force ne nous a pas permis, dans la plupart des cas, d'opérer à l'endroit même qu'avait choisi Moureaux. Dans les cinq stations dont les noms sont marqués d'un astérisque nous avons pu cependant effectuer nos mesures à moins de 50^{m} de l'emplacement qu'il avait occupé. Toutes les déterminations ont été faites à l'aide d'instruments du même modèle que ceux qui ont servi à l'établissement du réseau de 1896.

Tableau des valeurs des éléments magnétiques dans l'Eure et la Seine-Inférieure au 1er janvier 1922.

Noms.	D.	I.	H.	État magnétique.
		Eure.		
	° ′	° ′		
Bernay	12.51,0	64.58,7	0,19539	calme
Broglie	12.53,9	64.55,9	0,19541	presque calme
Charleval	»	65.14,9	0,19424	presque calme
Conches	12.39,1	64.48,7	0,19598	presque calme
Cormeilles	12.56,2	65.10,2	0,19424	presque calme
Damville	12.23,7	64.46,7	0,19645	un peu agitée
Évreux	12.33,8	64.56,9	0,19584	agitée
Gisors	12.32,0	65. 2,4	0,19465	calme
Glos-sur-Risle	12.47,5	65.10,9	0,19417	presque calme
Le Neubourg	12.34,6	65. 2,9	0,19559	un peu agitée
Louviers	12.42,0	65. 7,4	0,19522	un peu agitée
Nonancourt*	»	64.40,5	0,19730	un peu agitée
Pacy-sur-Eure*	»	65. 3,1	0,19598	calme

Noms.	D.	I.	H.	État magnétique.
Pont-Audemer	12°.54′,3	65°.12′,3	0,19387	presque calme
Port-Morin	12.55,3	65.10,9	0,19494	presque calme
Routot	12.47,7	65.13,5	0,19412	un peu agitée
Rugles	12.42,3	64.50,2	0,19690	un peu agitée
SAINT-ANDRÉ-DE-L'EURE	12.27,9	64.48,1	0,19653	presque calme
Verneuil	12.38,0	64.38,7	0,19689	presque calme
Vernon	12.40,5	63. 6,9	0,19514	calme

Seine-Inférieure.

Noms.	D.	I.	H.	État magnétique.
Aumale	12.43,8	65.32,4	0,19157	presque calme
Blangy	12.41,4	65.36,5	0,19126	presque calme
Bléville	13.10,6	65.21,6	0,19316	calme
Caudebec-en-Caux	12.45,9	65.26,9	0,19269	calme
*Clères**	13. 5,9	65.26,0	0,19249	un peu agitée
*Dieppe**	12.59,6	65.41,8	0,19096	calme
Doudeville	13. 4,1	65.35,3	0,19146	calme
Duclair	»	»	0,19370	presque calme
Elbeuf	12.38,7	65.10,5	0,19453	presque calme
*Fécamp**	13.19,2	65.37,7	0,19074	presque calme
Ferrières-en-Bray	12.31,8	65. 7,0	0,19350	calme
Forges-les-Eaux	12.46,4	65.27,1	0,19260	agitée
Goderville	»	65.29,9	0,19193	calme
Lillebonne	12.52,8	65.22,4	0,19316	calme
Londinières	12.50,7	65.37,5	0,19160	calme
Longueville	12.58,5	65.33,7	0,19145	presque calme
Mesnil-Esnard	13. 2,4	65.21,9	0,19336	presque calme
Mesnil-Sterling	12.49,0	65.39,9	0,19081	agitée
Montivilliers	13. 9,4	65.23,4	0,19306	un peu agitée
Neufchâtel-en-Bray	12.52,0	65.33,4	0,19205	calme
Saint-Valéry-en-Caux	13. 8,1	65.41,4	0,19136	presque calme
Sigy	»	65.19,8	0,19327	presque calme
Yvetot	12.55,1	65.32,3	0,19215	calme

Les moyennes des variations séculaires des trois éléments, obtenues en comparant nos résultats avec ceux de Moureaux réduits au 1er janvier 1896, sont les suivantes :

Variation séculaire (de 1896 à 1922).

D (14 stations).	I (15 stations).	H (15 stations).
— 3°0′	— 0°29′	0,0014

Elles s'écartent peu de celles qui ont été observées à la station centrale du Val-Joyeux pendant la même période (— 2°59′, — 0°32′, 0,0015).

Il ne semble pas cependant que, sur toute l'étendue de la région étudiée, la variation séculaire ait été uniforme. En particulier, les stations côtières, Fécamp, Saint-Valéry-en-Caux et Dieppe, forment un groupe bien caractérisé dans lequel les moyennes des variations trouvées pour les trois éléments (— 2°57′, — 0°25′, 0,0006) sont nettement plus faibles que la moyenne générale. Ce fait, qui ne paraît pas provenir des erreurs d'observation, suggère l'idée que le déplacement des lignes isomagnétiques doit être accompagné de changements de forme assez faibles, mais cependant appréciables au bout d'une vingtaine d'années.

SISMOLOGIE. — *Tremblement de terre du Kansou : Détermination de l'épicentre.* Note (¹) de Mlle **Y. Dammann**, présentée par M. Bigourdan.

Le tremblement de terre qui s'est produit le 16 décembre 1920, vers $19^h 5^m$ (heure du méridien de Greenwich) dans le Kansou, province de la Chine septentrionale, a donné lieu à des enregistrements remarquables, même à des stations très éloignées; par suite il a semblé approprié à l'étude des courbes de propagation des ondes sismiques. A cet effet, nous avons entrepris, sur la demande du Bureau Central sismologique, la détermination de l'épicentre du séisme en utilisant, d'une part les renseignements macrosismiques (I), d'autres part les données fournies par les enregistrements des observatoires (II).

I. D'après les renseignements que nous possédons (²), la zone d'effets macrosismiques s'étend sur l'énorme superficie de plusieurs milliers de kilomètres carrés entre les longitudes 100° et 122° est et les latitudes 20° et 45° nord. La région de grande dévastation (degré XII de l'échelle Forel-Mercalli (³) comprend les villes de Hai-tch'eng, Kou-yuen Tchéou, Tsing-ning Tchéou, Hoeing-Ning et Tong-Wei; son centre est un point situé à

(¹) Séance du 26 mars 1923.

(²) *Note sur le tremblement de terre du Kansou* (Chine), par le R. P. E. Gherzi, S. J. — *Annuaire de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg*, 1920. — *Imperial Earthquake Investigation Committee*, Tokyo, novembre 1922.

(³) Adoptée par la deuxième Conférence internationale de Sismologie, 1903.

environ 36° de latitude nord et dont la longitude est comprise entre 105°,5 et 106°; toutefois, les renseignements macrosismiques sont peu nombreux pour la partie ouest de la région épicentrale, d'où résulte une incertitude sur la valeur adoptée pour la longitude.

II. Pour la détermination de l'épicentre à l'aide des données microsismiques, nous avons utilisé les heures d'arrivée des ondes longitudinales P à 24 observatoires dont les sismogrammes présentent des débuts très nets (voir Tableau I).

Nous admettons comme épicentre un point de la région épicentrale et nous construisons la courbe de propagation, en portant en abscisses les temps d'arrivée θ aux observatoires et en ordonnées les distances Δ de ces derniers au point considéré, mesurées sur des grands cercles de la sphère terrestre. Les distances ont été calculées par les formules de la trigonométrie sphérique; l'heure origine n'est pas donnée directement par l'observation, parce qu'il n'existe pas de station très proche de l'épicentre; par suite, l'origine des temps a été d'abord choisie arbitrairement.

La méthode que nous avons adoptée et qu'on pourrait appeler *méthode par déplacement de l'épicentre*, consiste à effectuer divers essais en faisant varier les coordonnées géographiques du point pris comme épicentre, de degré en degré, dans la région épicentrale, en longitude et en latitude, entre les limites $\lambda = 103°$, $\lambda = 107°$ et $\varphi = 34°$, $\varphi = 38°$, jusqu'à trouver une courbe satisfaisante.

En l'absence de données sur la profondeur du foyer, il est naturel de comparer ces différentes courbes à celles qui ont été obtenues pour d'autres séismes; nous avons utilisé les courbes relatives aux tremblements de terre de Calabre du 8 septembre 1905 (C), de l'Inde du 4 avril 1905 (I) et de Californie du 18 avril 1906 (K) étudiés par E. Wiechert et K. Zoeppritz (¹).

Les coïncidences sont généralement mauvaises, sauf pour la courbe correspondant à l'épicentre $\lambda = 105°,5$, $\varphi = 36°$ qui coïncide d'une façon remarquable avec les données de ces auteurs, dans la partie de la courbe comprise entre 4000^{km} et 8500^{km}; mais cette courbe est située au-dessous de celle des tremblements de terre de l'Inde et de Calabre, pour les distances inférieures à 4000^{km} (Tableaux I et II); le Tableau II reproduit les

(¹) Voir E. Wiechert et K. Zoeppritz, *Ueber Erdbebenwellen*, IIᵉ Partie, Tableaux, p. 131, 132, 133.

valeurs des coordonnées, distances et temps, pour la courbe moyenne $\lambda = 105°,5$, $\varphi = 36°$ et les écarts avec les courbes correspondant aux tremblements ci-dessus (C, I, K), amenées en coïncidence dans la région commune.

TABLEAU I.

Stations.	Δkm.	θs.	Stations.	Δkm.	θs.
Zi-ka-wei	1567	254,5	Florence	7636	708
Manille	2837	386,5	Rocca di Papa	7647	705
Tokio	3071	401	Dyce-Aberdeen	7653	708
Batavia	4693	529	Uccle	7677	714
Malabar	4811	538	Paris	7916	730
Lemberg	6476	642	Oxford	7951	733
Upsal	6499	641	Clermont-Ferrand	8075	743
Athènes	7014	672	Barcelone	8409	759
Iéna	7236	685	Alger	8646	767
De Bilt	7560	713	Sydney	9102	795
Strasbourg	7601	709	Coïmbra	9184	792
Zurich	7618	710	Apia	10259	858

TABLEAU II.

Δkm.	θs.	δ.		Δkm.	θs.	δ.	
1500	247	17	C et I	6000	613	0	K
2000	305	17	C et I	7000	672	0	K
3000	398	6	C et I	8000	732	0	K
4000	478	0	K	9000	789		
5000	550	0	K	10000	843		

Parmi les courbes d'essais dont il a été parlé plus haut, une autre présente de grandes analogies avec la courbe de Zoeppritz, mais elle ne satisfaisait pas aux deux autres conditions ci-dessous. L'épicentre adopté de coordonnées $\lambda = 105°,5$, $\varphi = 36°$ jouit des avantages suivants :

1° La somme des écarts des points à la courbe moyenne tracée est minimum ;

2° Cet épicentre coïncide avec l'épicentre choisi précédemment d'après l'étude macrosismique.

I. En résumé, l'étude faite nous conduit à une courbe qui ne s'accorde pas complètement avec celle de Zoeppritz : la courbe relative au tremblement de terre de Kansou est nettement en dessous de la précédente, dans la partie comprise entre 1500^{km} et 4000^{km} ; ce qui démontrerait l'existence

d'un foyer plus profond que celui du séisme de Calabre, utilisé par cet auteur pour le tracé de sa courbe entre o et 4000^{km}. Une seconde raison en faveur de cette hypothèse est l'énormité de la zone ébranlée.

II. La méthode par *déplacement de l'épicentre* et choix de la courbe donnant les écarts minima entre les points et la courbe moyenne nous paraît susceptible de donner la position de l'épicentre, avec une approximation supérieure au degré, en longitude et en latitude.

RADIOLOGIE. — *Sur quelques valeurs numériques caractérisant les rayons du radium responsables du phénomène de nécrose.* Note ([1]) de Mme **J. Samuel Lattès**, présentée par M. Charles Richet.

J'indique ici les conséquences que l'on peut tirer des mesures précédemment rapportées ([2]). Il s'agit de l'absorption d'un rayonnement complexe à travers une substance absorbante, qui se traduit par une modification de la forme

$$I = I_1 e^{-\mu_1 x} + I_2 e^{-\mu_2 x} + \ldots + I_n e^{-\mu_n x}.$$

A partir de ces courbes $\log \frac{I}{I_0} = f(x)$, il est possible par un procédé d'extrapolation, de séparer, avec une certaine dose d'arbitraire, et par le calcul, les radiations contenues dans un faisceau hétérogène et d'en déterminer les coefficients d'affaiblissement *moyens*.

L'arbitraire tient précisément à ce que les faisceaux supposés homogènes pour la conduite du calcul, sont encore hétérogènes et à des degrés divers.

Afin d'établir le raccord avec les résultats antérieurement connus, j'ai déterminé les coefficients d'affaiblissement μ dans l'aluminium. En appliquant aux valeurs obtenues la loi de Bragg et Pierce qui relie les coefficients μ des rayonnements X et γ aux longueurs d'onde λ,

$$\frac{\mu}{\rho} = K\lambda^3 \quad ([3]),$$

j'ai évalué les longueurs d'onde correspondant à chaque faisceau de rayons.

([1]) Séance du 26 mars 1923.

([2]) *Comptes rendus*, t. 176, 1923, p. 867.

([3]) J'ai pris cette loi sous la forme indiquée par Hull et Rice avec pour K la valeur 14,9 (Ledoux-Lebard et Dauvillier, p. 167).

La loi d'Einstein-Planck, $h\nu = eV$, donne ensuite les voltages minima respectifs. Ces nombres sont résumés dans le Tableau ci-contre dont l'examen amène les conclusions suivantes :

1° La nécrose est un phénomène physiologique propre à des rayons de coefficient $\mu^{cm^{-1}}$ dans l'aluminium compris entre les valeurs 9,17 et 106,32. Si l'on admettait que les rayons les plus mous envisagés dans ce travail soient de nature γ (en réalité ils sont constitués vraisemblablement par un mélange de γ et de β avec prédominance de ces derniers), on pourrait calculer le voltage minimum correspondant. J'indique ce chiffre qui n'est intéressant à noter que pour fixer un ordre de grandeur. *La nécrose serait due à des rayons compris entre les longueurs d'onde* 0,620 Å *et* 1,403 Å, *c'est-à-dire entre* 19800 *et* 8700 volts.

2° D'autre part, on sait que les rayons β les plus pénétrants du dépôt actif (RaC) correspondent à la valeur $D_\beta(\text{Al}) = 0^{cm},053$ (1). Or $8^{mm},5$ de tissu équivalent à $0^{cm},408$ d'aluminium, soit à $\frac{0,408}{0,053} = 7,69$ fois la valeur de $D_\beta(\text{Al})$, ce qui réduit à $\left(\frac{1}{2}\right)^{7,69}$ ou à ses 0,005 le rayonnement β initial.

Si donc les rayons β étaient ultérieurement reconnus responsables du phénomène de nécrose, on pourrait affirmer que les 0,005 de la dose maximum employée représenteraient une quantité immédiatement inférieure au *seuil* nécessaire.

3° Les rayons du radium correspondant à des voltages plus grands que 20000 volts sont incapables de produire la nécrose, du moins dans les limites de doses actuellement usitées en curiesthérapie, ce qui pourrait ne plus être vrai pour des doses telles que les doses de rayonnement qu'emploie la röntgenthérapie.

En effet, il n'est pas certain que le phénomène de nécrose dépende uniquement, comme il le semble tout d'abord, de la *fréquence*. Il est possible en outre qu'il dépende dans une faible mesure de la *quantité* de rayonnement arrêtée à l'intérieur du tissu. Dans ce sens on peut seulement dire que, pour les rayons du radium correspondant à des voltages supérieurs à 20000 volts, le *seuil* de quantité de rayonnement, qui serait nécessaire à l'action nécrosante, n'est pas atteint dans les limites actuelles de l'expérience (50 millicuries en une source unique).

---

(1) $D_\beta(\text{Al})$ est l'épaisseur d'aluminium réduisant le rayonnement β de moitié.

TABLEAU DES CARACTÉRISTIQUES DU RAYONNEMENT AYANT SUBI DIVERSES FILTRATIONS.

	Platine	$\frac{\mu}{\rho}$ (*al*). 0^{mm}.	0^{mm},15.	0^{mm},30.	1^{mm}.	1^{mm},5.
Rayonnement *non* nécrosant :	A..	0,066	0,062	0,043	0,043	0,041
Rayonnements	B..	4,66	4,37	3,56	3,66	3,79
seuls	C..	14,96	18,92	18,55	23,46	27,71
nécrosants :	D..	41,21	//	//	//	//

	Platine	$\mu^{cm^{-1}}$ (*al*). 0^{mm}.	0^{mm},15.	0^{mm},30.	1^{mm}.	1^{mm},5.
Rayonnement *non* nécrosant :	A......	0,17	0,16	0,11	0,11	0,10
Rayonnements	B......	12,02	11,3	9,17	9,43	9,80
seuls	C......	38,59	49,5	47,8	60,5	71,5
nécrosants :	D......	106,32	//	//	//	//

	Platine	D^{cm} (*al*) (réduisant le rayonnement de moitié). 0^{mm}.	0^{mm},15.	0^{mm},30.	1^{mm}.	1^{mm},5.
Rayonnement *non* nécrosant :	A...	4,07	4,33	6,3	6,3	6,9
Rayonnements	B...	0,057	0,06	0,07	0,07	0,07
seuls	C...	0,018	0,014	0,014	0,011	0,009
nécrosants :	D...	0,006	//	//	//	//

	Platine	Intensités pour 100. 0^{mm}.	0^{mm},15.	0^{mm},30.	1^{mm}.	1^{mm},5.
Rayonnement *non* nécrosant :	A....	7,24	56,2	74,1	87	85,2
Rayonnements	B....	20,66	26,3	12,89	4,96	7,25
seuls	C....	28,2	17,5	12,97	7,94	6,55
nécrosants :	D....	43,9	//	//	//	//

	Platine	λ Å. 0^{mm}.	0^{mm},15.	0^{mm},30.	1^{mm}.	1^{mm},5.
Rayonnement *non* nécrosant :	A.......	0,164	0,164	0,142	0,142	0,140
Rayonnements	B.......	0,678	0,664	0,620	0,626	0,633
seuls	C.......	1,01	1,08	1,07	1,16	1,229
nécrosants :	D.......	1,43	//	//	//	//

		Kilovolts.				
	Platine......	0mm.	0mm,15.	0mm,30.	1mm.	1mm,5.
Rayonnement *non* nécrosant :	A....	75	74,9	86,8	86,8	88
Rayonnements	B....	18,2	18,5	19,8	19,6	19,4
seuls	C....	12,2	11,3	11,4	10,6	10,3
nécrosants :	D....	8,7	"	"	"	"

La séance est levée à 16h35m.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 26 mars 1923.)

Note de MM. *L.-J. Simon* et *M. Frèrejacque*, Action méthylante et sulfonante du sulfate diméthylique sur les phénols en l'absence d'eau :

Page 900, ligne 3, *au lieu de* FRÉJACQUES, *lire* FRÈREJACQUE.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mars 1923.

Origine de la vie sur le globe, par Julien Costantin. Paris, Ernest Flammarion, 1923; 1 vol. 19^{cm}.

Glaucome et hypotonie, par Félix Lagrange. Paris, Doin, 1922; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. Quénu.)

Introduction au calcul tensoriel et au calcul différentiel absolu, par G. Juvet. Préface de M. Jacques Hadamard. Paris, Albert Blanchard, 1922; 1 vol. 25^{cm}.

Lezioni di meccanica razionale. Volume primo : *Cinematica. Principi e Statica*, par Tullio Levi-Civita e Ugo Amaldi. Bologna, Nicola Zanichelli, 1923; 1 vol. 24^{cm}.

William Gilson Farlow (1844-1919), par Charles Loring Jackson. Extrait des *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences.* Vol. 57, n° 18, novembre 1922. Boston; 1 fasc. 23^{cm}.

La teoria elettronica nell' elettroterapia, par Ignazio Giuliani. Extrait de l'*Elettricista.* Anno XXXI, serie IV. Vol. I, n° 23, 1922. Rome; 1 fasc. 23^{cm}.

Science, technique et industries photographiques. Revue illustrée de la presse photographique, de la presse scientifique et des brevets d'invention, en France et à l'étranger, résumés par L.-P. Clerc. Vol. II, 1922. Paris, Paul Montel, s. d.; 1 fasc. 27^{cm}. (Présenté par M. L. Lumière.)

Les matériaux des constructions mécaniques et aéronautiques. Calculs de résistance. Études des matières premières. Essais des bois. Essais des métaux et de leurs alliages, par Ed. Marcotte et E. Béréhare. Paris, Dunod, 1921; 1 vol. 28^{cm}.

Études sur les poissons rapportés par M. Henri Gadeau de Kerville de son voyage zoologique en Syrie (avril-juin 1908), avec cinq planches, par Jacques Pellegrin. Extrait du Tome quatrième du *Voyage zoologique d'Henri Gadeau de Kerville en Syrie.* Paris, J.-Baillière et fils, 1923; 1 vol. 26^{cm}. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Quimica Experimental, morgànica, 1ª parte, par Roman Galarza. Rosario, Grégorio Galarza, 1923; 1 vol. 18^{cm}.

Application de la Nomographie aux calculs d'étalonnage des instruments de mesure, par M. Alliaume. Extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles.* Tome XLII; 1 fasc. 25^{cm}. (Présenté par M. Maurice d'Ocagne.)

Conseil international de recherches. Union géodésique et géophysique internationale. Section de Sismologie. *Comptes rendus des séances de la première Conférence*

réunie à Rome du 2 au 10 mai 1922, rédigés par le Secrétaire E. Rothé. Toulouse, Privat, 1922; 1 fasc. 25cm.

Les théories de la relativité dépassent les données de l'expérience, par Corps. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1923; 1 fasc. 24cm.

Société des Ingénieurs civils de France. 1° *Discours de M.* Léon Chagneau; 2° *Discours de M.* Max Laubeuf : *L'évolution dans la construction des navires de guerre et de commerce.* Paris, Hôtel de la Société, 1922; 1 fasc. 24cm.

Sous-marins, torpilles et mines, par M. Laubeuf et Henri Stroh. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1923; 1 vol. 22cm.

Le principe de la relativité. Première Partie : *Relativité restreinte*, par Lou Kao, directeur de l'Observatoire central de Pékin; 1 vol. 25cm (en caractères chinois). (Présenté par M. E. Borel.)

L'atmolyse et ses applications, par Louis Martin. Lyon, Société anonyme de l'Imprimerie A. Rey, 1923; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. F. Henneguy.)

Études expérimentales de Technologie industrielle. 64e Mémoire : *Le marteau, le choc, le marteau pneumatique*, par Ch. Frémont. Paris, 1923; 1 vol. 30cm. (Présenté par M. Lecornu.)

Preliminary economic studies of the war : *Effects of ther war upon French economic life*, par Charles Gide. Oxford, Humphrey Milford, 1923; 1 vol. 25cm.

Institut scientifique de l'Indo-Chine. *Catalogue de la bibliothèque.* Hanoï, 1922; 1 vol. 25cm.

Collected scientifié papers of John Aitken, L. L. D., F. R. S., par Cargill G. Knott. Cambridge at the University Press, 1923; 1 vol. 25cm.